I.مرجح نقطتين متزنتين

نشاط1 : لتكن A و B نقطتين مختلفتين من المستوى بحيث : $AB=6cm$

1) بين أنه توجد نقطة G بحيث : $2\overrightarrow{GA}-3\overrightarrow{GB}=\vec{0}$

2) أنشئ النقطة G

نشاط2 : لتكن A و B نقطتين مختلفتين من المستوى بحيث : $AB=6cm$

هل توجد توجد نقطة G بحيث : $2\overrightarrow{GA}-2\overrightarrow{GB}=\vec{0}$

1.1. نقطة متزنة

لتكن A نقطة من المستوى و a عددا حقيقيا

الزوج $(A;a)$ يسمى نقطة متزنة و العدد a يسمى وزن النقطة A

(نقول كذلك أن النقطة A معينة بالمعامل a).

1.2. خاصية و تعريف

لتكن $(A;a)$ و $(B;b)$ نقطتين متزنتين من المستوى بحيث $a+b\neq 0$

توجد نقطة وحيدة G من المستوى بحيث : $a\overrightarrow{GA}+b\overrightarrow{GB}=\vec{0}$

النقطة G تسمى مرجح النقطتين المتزنتين $(A;a)$ و $(B;b)$.

ملحوظة: النقطة G تسمى كذلك مرجح النظمة المتزنة $\{ (A;a) \text{ و } (B;b) \}$.

**** تمرين تطبيقي : (01 - س)**

**** تمرين تطبيقي : (03 - س)**

1.3. خاصيات مرجح نقطتين متزنتين

1.3.1. الصمود

مرجح نقطتين متزنتين لا يتغير بضرب معامليهما في عدد حقيقي غير منعدم:

إذا كان G مرجح النقطتين المتزنتين $(A;a)$ و $(B;b)$ فان لكل k من $\mathbb{R}^*$,

G هو كذلك مرجح النقطتين المتزنتين $(A;ka)$ و $(B;kb)$

البرهان :......................

1.3.2. الخاصية المميزة

لتكن $(A;a)$ و $(B;b)$ نقطتين متزنتين من المستوى بحيث $a+b\neq 0$

ولتكن G نقطة من المستوى

G مرجح النقطتين المتزنتين $(A;a)$ و $(B;b)$ إذا وفقط إذا لكل نقطة M من المستوى : $a\overrightarrow{MA}+b\overrightarrow{MB}=(a+b)\overrightarrow{MG}$

البرهان :......................

استنتاج : بوضع : $M=A$ (على التوالي $M=B$) في الخاصية المميزة نحصل على : $\overrightarrow{AG}=\dfrac{b}{a+b}\overrightarrow{AB}$

(على التوالي $\overrightarrow{BG}=\dfrac{b}{a+b}\overrightarrow{BA}$) وهذه الكتابات تمكننا من رسم النقطة G وتبين لنا أن : A و B و G نقط مستقيمية.

**** تمرين تطبيقي : (06 - س)**

**** تمرين تطبيقي : (08 - س)**

II.مرجح ثلاث نقط متزنة:

1.1. خاصية و تعريف

لتكن $(A;a)$ و $(B;b)$ و $(C;c)$ ثلاث نقط متزنة من المستوى بحيث $a+b+c\neq 0$

توجد نقطة وحيدة G من المستوى بحيث : $a\overrightarrow{GA}+b\overrightarrow{GB}+c\overrightarrow{GC}=\vec{0}$

النقطة G تسمى مرجح النقط المتزنة $(A;a)$ و $(B;b)$ و $(C;c)$.

حالة خاصة: إذا كان : $a=b=c$ فان مرجح النقط المتزنة $(A;a)$ و $(B;b)$ و $(C;c)$ يسمى كذلك مركز ثقل المثلث ABC

**** تمرين تطبيقي : (11 - س)**

1.2. خاصيات مرجح ثلاث نقط متزنة

1.3. الصمود:

إذا كان G مرجح النقط المتزنة $(A;a)$ و $(B;b)$ و $(C;c)$ فان لكل k من $\mathbb{R}^*$,
G هي كذلك مرجح النقط المتزنة $(A;ka)$ و $(B;kb)$ و $(C;kc)$

1.4. الخاصية المميزة:

لتكن $(A;a)$ و $(B;b)$ و $(C;c)$ ثلاث نقط من المستوى بحيث $a+b+c\neq 0$ ولتكن G نقطة من المستوى
G مرجح النقط المتزنة $(A;a)$ و $(B;b)$ و $(C;c)$ إذاوفقط إذا لكل نقطة M من المستوى : $a\overrightarrow{MA}+b\overrightarrow{MB}+c\overrightarrow{MC}=(a+b+c)\overrightarrow{MG}$

استنتاج : بوضع : $M=A$ في الخاصية المميزة نحصل على : $\overrightarrow{AG}=\frac{b}{a+b+c}\overrightarrow{AB}+\frac{c}{a+b+c}\overrightarrow{AC}$ و هذه العلاقة تمكننا من رسم النقطة G

تمرين : لتكن A و B و C ثلاث نقط من المستوى. و G مرجح النقط المتزنة $(A;2)$ و $(B;-1)$ و $(C;1)$
حدد المجموعة: $E=\left\{M\in P/\left\|2\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right\|=6cm\right\}$ حيث P هو المستوى.

1.4.1. تجميعية المرجح:

تكن $(A;a)$ و $(B;b)$ و $(C;c)$ ثلاث نقط من المستوى بحيث $a+b+c\neq 0$ و $a+b\neq 0$
إذا كان G مرجح النقط المتزنة $(A;a)$ و $(B;b)$ و $(C;c)$ وكانت H مرجح النقطتين المتزنتين $(A;a)$ و $(B;b)$
فان G مرجح $(H;a+b)$ و $(C;c)$

**** تمرين تطبيقي : (12 - س)**

III. مرجح أربع نقط متزنة:

خاصية و تعريف: لتكن $(A;a)$ و $(B;b)$ و $(C;c)$ و $(D;d)$ أربع نقط متزنة من المستوى بحيث $a+b+c+d\neq 0$
توجد نقطة وحيدة G من المستوى بحيث : $a\overrightarrow{GA}+b\overrightarrow{GB}+c\overrightarrow{GC}+d\overrightarrow{GD}=\vec{0}$
النقطة G تسمى مرجح النقط المتزنة $(A;a)$ و $(B;b)$ و $(C;c)$ و $(D;d)$.

ملاحظة : *يتم تقديم خاصيات أربع نقط كما تم تقديمها لثلاث نقط*

تمرين: لتكن A و B و C و D ثلاث نقط من المستوى. حدد مجموعة النقط من المستوى بحيث :
$\left\|2\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}+3\overrightarrow{MC}-5\overrightarrow{MD}\right\|=5cm$

IV. إحداثيتي المرجح:

المستوى منسوب إلى معلم $(o,\vec{i},\vec{j})$ و لتكن $(A;a)$ و $(B;b)$ و $(C;c)$ و $(D;d)$ أربع نقط متزنة من المستوى

1.4. إحداثيتا مرجح نقطتين

إذا كان G مرجح النقطتين المتزنتين $(A;a)$ و $(B;b)$ فان إحداثيتي G هما :

$$\begin{cases} x_G=\dfrac{ax_A+bx_B}{a+b} \\ y_G=\dfrac{ay_A+by_B}{a+b}\end{cases}$$

1.5. إحداثيتا مرجح ثلاث نقط

إذا كان G مرجح النقط المتزنة $(A;a)$ و $(B;b)$ و $(C;c)$ فان إحداثيتي G هما :

$$\begin{cases} x_G=\dfrac{ax_A+bx_B+cx_C}{a+b+c} \\ y_G=\dfrac{ay_A+by_B+cy_C}{a+b+c}\end{cases}$$

1.6. إحداثيتا مرجح ثلاث نقط

إذا كان G مرجح النقط المتزنة $(A;a)$ و $(B;b)$ و $(C;c)$ و $(D;d)$
فان إحداثيتي G هما :

$$\begin{cases} x_G=\dfrac{ax_A+bx_B+cx_C+dx_D}{a+b+c+d} \\ y_G=\dfrac{ay_A+by_B+cy_C+dy_D}{a+b+c+d}\end{cases}$$

**** تمرين تطبيقي : (14 - س)**